



Cycle des Ingénieurs
des Travaux Informatiques
Licence Professionnelle en Informatique

Année Académique : 2021 – 2022
Parcours : ITI / LPI

CONCOURS D'ENTREE EN 1^{ère} ANNEE (PROMOTION 2021 – 2024)

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

NB: Documents de cours non autorisés Coef: 06 Date: 05/10/2021 Durée: 4 H 00 mn
Calculatrice non programmable autorisée

Exercice 1 :

(04 points)

Dans chacun des trois cas ; choisir la ou les bonnes réponses :

- 1) On considère dans le plan complexe ; les points A, B et C d'affixes respectives $a=2+i$; $b=3-2i$; $c=-1$. Alors ... (0,5 pt)
 - (a) ABC est un triangle équilatéral
 - (b) ABC est un triangle rectangle et isocèle
 - (c) ABC est un triangle isocèle en B.
- 2) (U_n) est la suite géométrique de raison $q=2$ et de premier terme $U_0=e^{-1}$; on définit la suite (t_n) par $t_n=\ln(U_n)$. Alors... (0,5 pt)
 - (a) (t_n) est une suite arithmétique
 - (b) (t_n) est une suite convergente
 - (c) pour tout entier naturel n ; $t_n=-n+\ln 2$.
- 3) (V_n) est une suite arithmétique de raison $r=-1$ et de premier terme $V_0=\ln 2$. Soit la suite (W_n) telle que $W_n=e^{V_n}$. Alors... (1 pt)
 - (a) (W_n) est une suite divergente
 - (b) (W_n) est une suite géométrique
 - (c) pour tout entier naturel n ; on a $W_n=2e^{-n}$.
- 4) Soit la suite (U_n) définie pour tout entier non nul n par $U_n=(1+\frac{1}{n})^n$, alors... (1 pt)
 - (a) Pour tout entier naturel non nul n , $U_n=e^{n\ln(1+\frac{1}{n})}$
 - (b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n=1$
 - (c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n=e$
- 5) La solution général de l'équation différentielle $y' + y=0$ est f telle que : (1 pt)
 - (a) $f(x)=k\ln(1+e^x)$, k est un nombre réel
 - (b) $f(x)=ke^{-x} + \frac{e^x}{1+e^x}$
 - (c) $f(x)=ke^{-x}$

Exercice 2 :**(04 points)**

Une urne contient cinq jetons bleus ; trois jetons blancs et deux jetons rouge.

- 1) On effectue trois tirages successifs d'un jeton avec remise du jeton tiré précédemment dans l'urne ;
 - (a) Déterminer le nombre de tirages possibles. (0,5 pt)
 - (b) Dénombrer les tirages dans lesquels ; les jetons sont de couleurs distinctes deux à deux. (0,5 pt)
 - (c) Déterminer le nombre de tirages contenant au moins deux jetons de la même couleur. (0,5 pt)
- 2) On tire simultanément trois jetons de l'urne. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
 - (a) A « les trois jetons sont de la même couleur » (0,5 pt)
 - (b) B « les trois jetons sont de couleurs distinctes deux à deux » (0,5 pt)
 - (c) C : « tirer au moins un jeton rouge » (0,5 pt)
- 3) Le tableau ci-dessous représente la loi de probabilité d'une variable aléatoire X.

X_i	-3	0	1	2
$P(X=x_i)$	a	1/3	1/6	1/12

- (a) Déterminer la valeur de a. (0,5 pt)
- (b) Calculer l'espérance mathématique de X. (0,5 pt)

Exercice 3 :**(03 points)**

On considère la fonction f définie sur $] -\pi/2 ; \pi/2[$ par $f(x) = \tan(x)$.

- 1) Etudier les variations de f. (1 pt)
- 2) En déduire que f réalise une bijection de $] -\pi/2 ; \pi/2[$ vers \mathbb{R} . (0,5 pt)
- 3) Soit φ la bijection réciproque de f.
 - (a) Montrer φ est dérivable sur \mathbb{R} et que ; pour tout réel x ; $\varphi'(x) = \frac{1}{1+x^2}$. (1 pt)
 - (b) Calculer $I = \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$. (0,5 pt)

Exercice 4 :**(04,5 points)**

[NB : la question 3) est indépendante des questions 1) & 2)]

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct, on considère les points A et B d'affixes respectives $a=1+i$ et $b=1-i$.

- 1) Soit r la rotation de centre A et d'angle de mesure $\frac{\pi}{4}$ et h l'homothétie de centre B et de rapport $-\sqrt{2}$. Donner l'écriture complexe de chacune des transformations r et h. (1 pt)
- 2) Soit la transformation $f = h \circ r$.
 - (a) Quelle est la nature de f ? (0,5 pt)
 - (b) Donner l'écriture complexe de f. (0,5 pt)
- 3) Soit s la transformation du plan dont l'écriture complexe est $z' = (-3+i\sqrt{3})z + \sqrt{3} + 4i$
 - (a) Donner la nature et les éléments caractéristiques de s. (1 pt)
 - (b) Déterminer l'image par s de chacun des points A et B ; on les notera A' et B' (0,5 pt)
 - (c) Quelle est l'image Δ de la droite (AB) par s ? [NB : il ne s'agit pas de déterminer l'équation de la droite (Δ)] (0,5 pt)

Donner une équation de la droite (AB) (0,5 pt)

Exercice 5 :**(04,5 points)**

On considère la fonction f définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{e^x - 1} & \text{si } x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

Soit C est sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé.

- 1) (a) Etudier les variations de la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = (1-x)e^x - 1$
(b) En déduire le signe de $g(x)$
- 2) Déterminer l'ensemble de définition de f puis étudier la continuité de f en 0. On admet que f est dérivable en 0 et que $f'(0) = -\frac{1}{2}$
- 3) Etudier les variations de f .
- 4) Ecrire une équation de la tangente T à C au point d'abscisse 0.
- 5) Construire la courbe C ainsi que la tangente T dans le repère.